

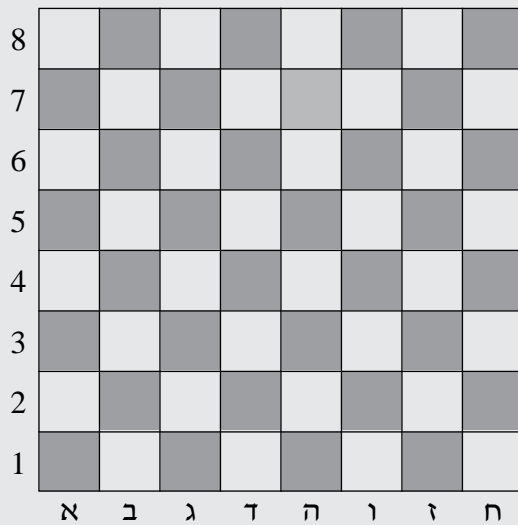
פונקציות

מערכת צירים קרטזית



שחקן שחמט ביצע מהלך מסוים במהלך המשחק. הוא הזיז את כלי המשחק, ואחר-כך רשם מיד את המהלך שביצע בפנקסו. כיצד הוא עושה זאת?

הסבר :



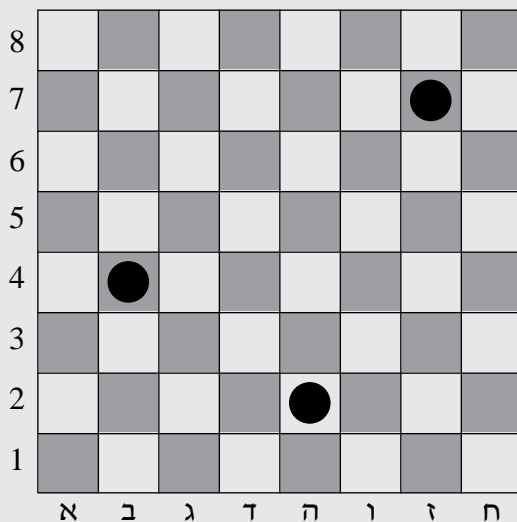
כדי לענות על שאלה זו צריך להכיר את המבנה הייחודי של לוח השחמט. לוח השחמט מחולק ל-64 ריבועים, ומורכב:

- משמונה שורות, המסומנות על-ידי המספרים 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8.
- משמונה עמודות, המסומנות על-ידי האותיות א, ב, ג, ד, ה, ו, ז, ח.

הריבועים צבועים לסירוגין בשחור ובלבן. לכל ריבוע מ-64 הריבועים המרכיבים את הלוח יש מקום ייחודי על לוח השחמט. כדי לציין את מקום הריבוע על הלוח, כלומר את ה"כתובת" שלו על לוח השחמט, משתמשים בצירוף של אות

- המציינת את העמודה שבה נמצא הריבוע המבוקש, עם מספר - המציין את השורה שבה נמצא הריבוע המבוקש. ה"כתובת" של הריבוע היא בעצם ה"כתובת" של כלי השחמט שנמצא בריבוע זה.

דוגמה



בסרטוט שמשמאל יש שלושה כלים על לוח השחמט:

- ✓ ה"כתובת" של הכלי השמאלי היא: "ב-4".
- ✓ ה"כתובת" של הכלי האמצעי היא: "ה-2".
- ✓ ה"כתובת" של הכלי הימני היא: "ז-7".

כאשר שחקן מזיז את אחד הכלים שבמשחק ומעבירו לריבוע אחר, הוא למעשה משנה את ה"כתובת" הנוכחית של הכלי ל"כתובת" החדשה של הריבוע החדש. למעשה רשם שחקן השחמט בפנקס המהלכים שלו את שינויי ה"כתובת" של כלי המשחק.

ניתן לקשור את רעיון "כתובתם" של הכלים על לוח השחמט למערכת הצירים הקרטזית שבה נעסוק בפרק זה.



מה נלמד?

- ✓ נכיר את התכונות של מערכת צירים קרטזית.
- ✓ נלמד לסמן נקודות על מערכת צירים.
- ✓ נלמד על השימוש במערכת צירים לסימון ובנייה של צורות הנדסיות שונות במישור.

לדרך...

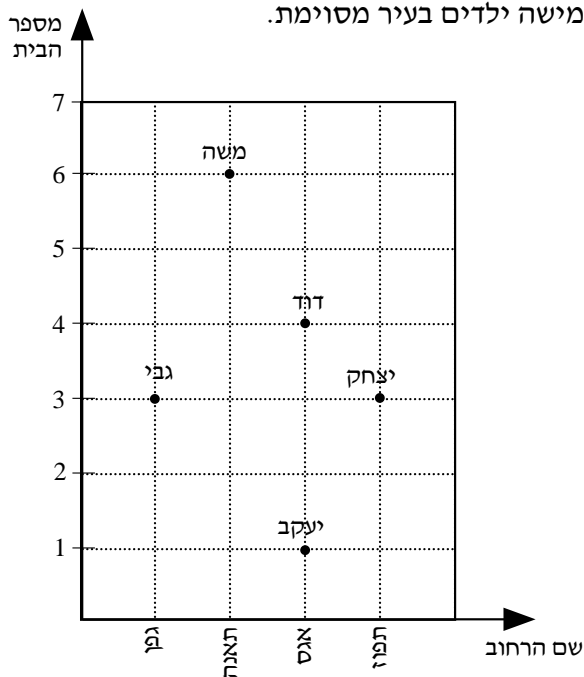
תרגילים

(התשובות לתרגילים בפרק זה - בעמ' 67-69)

1.



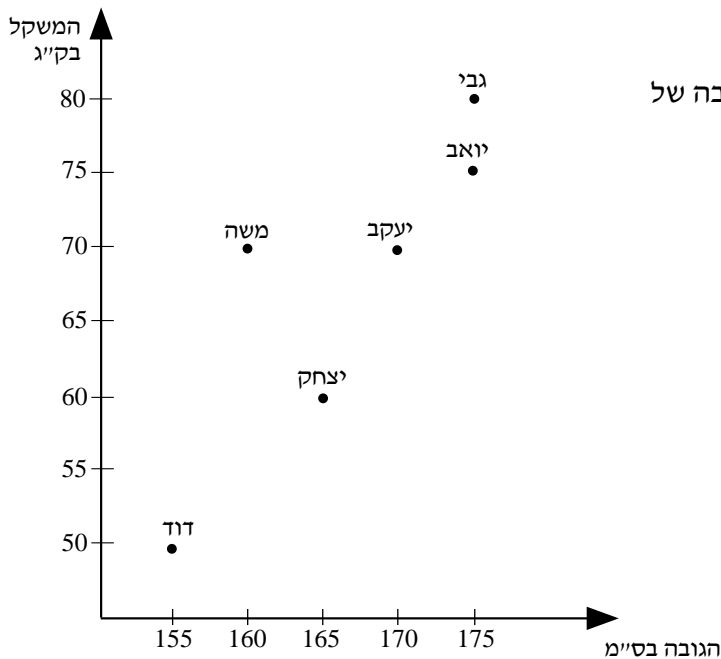
בתרשים הבא נתונות כתובות המגורים של חמישה ילדים בעיר מסוימת.



- א. מהי הכתובת (שם הרחוב+מספר הבית) של כל אחד מהילדים?
- ב. האם יש ילדים שגרים באותו רחוב? אם כן, מיהם?
- ג. האם יש ילדים שמספר הבית שלהם זהה, אך הם גרים ברחובות שונים? אם כן, מיהם?

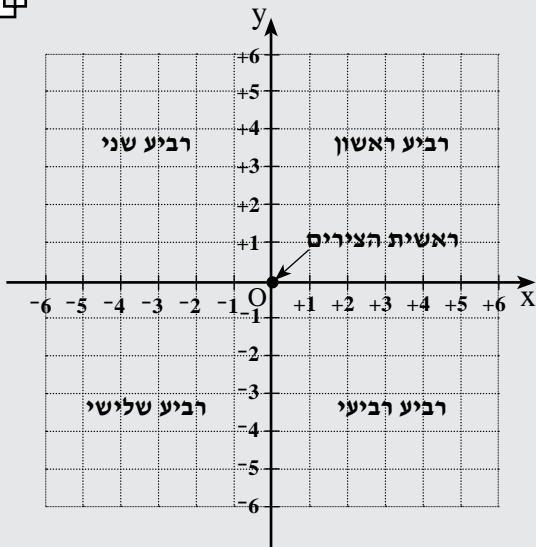
II

בתרשים הבא מוצג המשקל והגובה של מספר ילדים.



- א. ציינו את הגובה והמשקל של כל אחד מהילדים.
- ב. האם יש ילדים בעלי אותו משקל? אם כן, מיהם?
- ג. האם יש ילדים בעלי אותו גובה? אם כן, מיהם?

הסבר



לצורך קביעת מקום הנקודה במישור (על הדף) מסרטטים שני ישרים שניצבים (מאונכים) זה לזה.

- ✓ לשני הישרים קוראים "צירים".
- ✓ לישר המאונך קוראים "ציר ה-x".
- ✓ לישר המאונך קוראים "ציר ה-y".
- ✓ לנקודת המפגש של שני הצירים קוראים "ראשית הצירים". נקודה זו מציינת את המספר אפס על ציר ה-x וגם על ציר ה-y. מקובל לסמן נקודה זו באות הלטינית הגדולה O (או).
- ✓ בציר ה-x (ציר מאונך):

מספרים חיוביים נמצאים מימין לראשית הצירים; מספרים שליליים נמצאים משמאל לראשית הצירים.

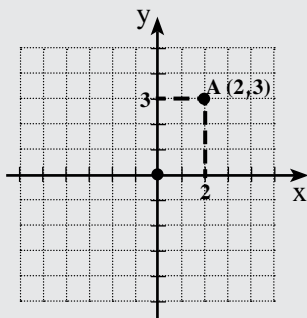
- ✓ בציר ה-y (ציר מאונך):

מספרים חיוביים נמצאים מעל לראשית הצירים; מספרים שליליים נמצאים מתחת לראשית הצירים.

- ✓ שני הצירים הללו מחלקים את המישור לארבעה רביעים, הנקראים: רביע ראשון, רביע שני, רביע שלישי ורביע רביעי, כמתואר בסרטוט.

את הרעיון הזה -שילוב שני הצירים - הגה במאה ה-17 המתמטיקאי והפילוסוף הצרפתי רֶנֶה דֵקארט. הגרסה הלטינית של שמו היא קֶרְטֶזְיוֹס, ולכן קראו לשילוב זה של שני הצירים **מערכת צירים קרטזית**.

- ✓ לכל נקודה במערכת הצירים יש "כתובת" משלה, הקובעת את מקומה במישור. "כתובת" הנקודה מורכבת מזוג מספרים (x, y) שנקראים **שיעורי הנקודה**.

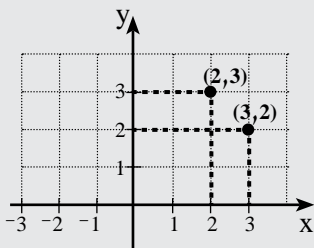


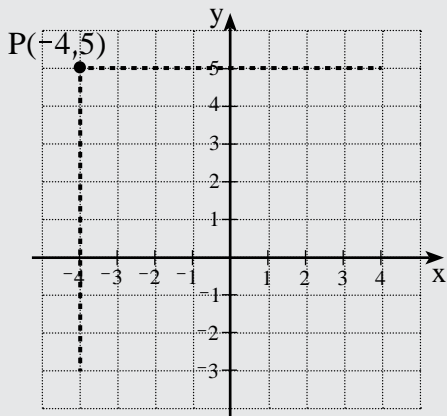
דוגמה: נתונה נקודה $A(2, 3)$. הזוג $(2, 3)$ נקרא **שיעורי הנקודה A**.

- המספר 2 נקרא **שיעור ה-x של הנקודה**.
- המספר 3 נקרא **שיעור ה-y של הנקודה**.

חשוב מאוד!!

שימו לב לסדר המספרים בתוך הזוגות. הנקודה $(2,3)$ שונה מהנקודה $(3,2)$, ולכן קוראים לשיעורי כל נקודה **זוג סדור** של מספרים.





✓ לצורך לימוד ראשוני נוכל להציע דרך כיצד לסמן

נקודה במערכת הצירים, למשל $P(-4,5)$.

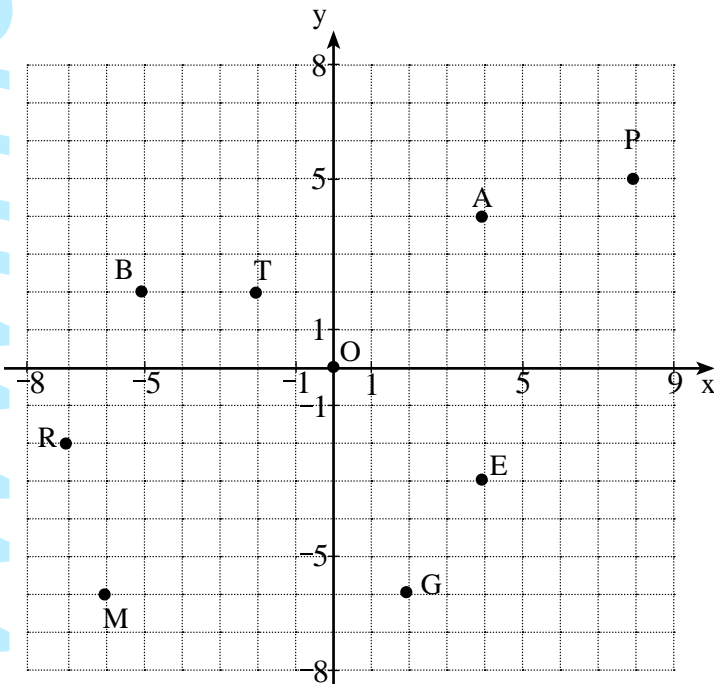
מבצעים את הפעולות הבאות:

- מוצאים את השיעור -4 על ציר ה- x ומעבירים דרכו ישר (בדרך כלל מקווקו), המקביל לציר ה- y .
- מוצאים את השיעור 5 על ציר ה- y ומעבירים דרכו ישר (בדרך כלל מקווקו), המקביל לציר ה- x .
- נקודת המפגש של שני הישרים היא מקום הנקודה P במישור.

נתונה מערכת צירים, ועליה מסומנות הנקודות הבאות.

1.

2.



א. כתבו את שיעורי הנקודות,

המסומנות במערכת הצירים.

ב. לגבי כל אחת מהנקודות ציינו

באיזה רביע היא נמצאת.

ג. מה תוכלו לומר לגבי

הסימנים (חיובי/שלילי) של

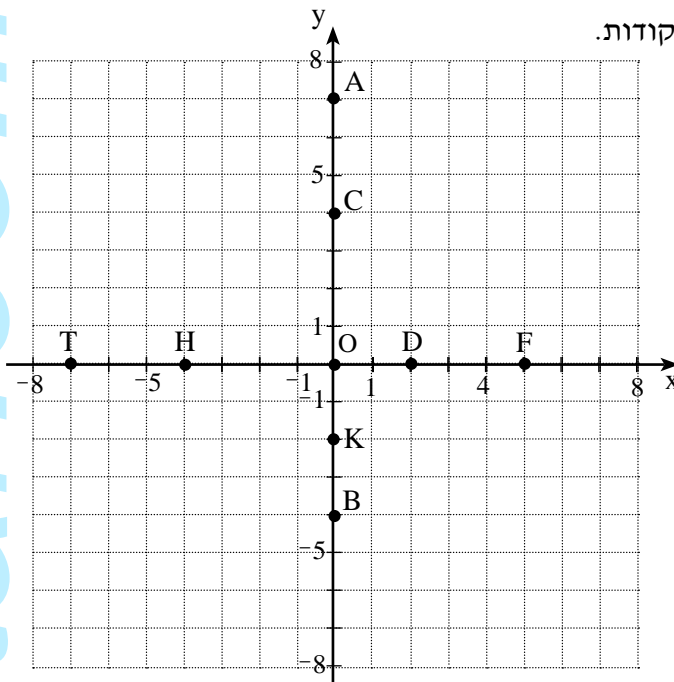
שיעורי הנקודות הנמצאות:

(1) ברביע הראשון?

(2) ברביע השני?

(3) ברביע השלישי?

(4) ברביע הרביעי?



II. נתונה מערכת צירים ועליה מסומנות נקודות.

- א. כתבו את שיעורי הנקודות המסומנות במערכת הצירים.
- ב. איזה שיעור זהה (משותף) יש לנקודות A, C, O, K, B, F? למה? למה שווה שיעור זה?
- ג. האם תוכלו לרשום דוגמה לנקודה, ששיעור ה-x שלה שווה ל-0, והיא לא מונחת על ציר ה-y? העתיקו את המשפט למחברתכם והשלימו: "אם נקודה מונחת על ציר ה-y, אזי שיעור _____".
- ה. איזה שיעור זהה (משותף) יש לנקודות T, H, O, D, F? למה שווה שיעור זה?
- ו. האם תוכלו לרשום דוגמה לנקודה, ששיעור ה-y שלה שווה ל-0, והנקודה לא מונחת על ציר ה-x? העתיקו את המשפט למחברתכם והשלימו: "אם נקודה מונחת על ציר ה-x, אזי שיעור _____".

III. סיכום התרגיל

	<p>לנקודות הנמצאות במערכת צירים יש תכונות משותפות:</p> <ul style="list-style-type: none"> ✓ כל הנקודות הנמצאות ברביע הראשון, שיעור ה-x וגם שיעור ה-y שלהן חיוביים. ✓ כל הנקודות הנמצאות ברביע השני, שיעור ה-x שלהן שלילי, ושיעור ה-y שלהן חיובי. ✓ כל הנקודות הנמצאות ברביע השלישי, שיעור ה-x וגם שיעור ה-y שלהן שליליים. ✓ כל הנקודות הנמצאות ברביע הרביעי, שיעור ה-x שלהן חיובי, ושיעור ה-y שלהן שלילי. ✓ שיעור ה-x של הנקודות המונחות על ציר ה-y שווה ל-0. ✓ שיעור ה-y של הנקודות המונחות על ציר ה-x שווה ל-0. ✓ שיעורי ה-x וה-y של ראשית הצירים שווים ל-0.
--	-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

3. I. סרטטו מערכת צירים, שבה כל משבצת היא יחידה אחת. סמנו במערכת זו את הנקודות הבאות:

א. $A(1,3)$	ה. $E(-3,4)$	ט. $L(7,-4)$	יג. $P(4,0)$
ב. $B(2,4)$	ו. $F(-6,-5)$	י. $M(0,6)$	יד. $R(-8,0)$
ג. $C(5,3)$	ז. $G(-1,-8)$	יא. $O(0,0)$	טו. $H(-4,-4)$
ד. $D(-2,1)$	ח. $K(3,-3)$	יב. $N(0,-2)$	טז. $I(-2,2)$

II. סרטטו מערכת צירים, שבה כל שתי משבצות הן יחידה אחת. סמנו במערכת זו את הנקודות הבאות:

א. $A(2.5,5)$	ד. $D(1.5,-3.5)$	ז. $K(-\frac{1}{4},0)$
ב. $B(-\frac{1}{2},4)$	ה. $E(0,-4\frac{1}{2})$	ח. $G(\frac{1}{4},-\frac{1}{4})$
ג. $C(2\frac{1}{2},0)$	ו. $T(-\frac{1}{2},-0.5)$	ט. $P(-1\frac{1}{4},-\frac{3}{4})$

4. על סמך התבוננות בשיעורי הנקודות (ללא סימון במערכת הצירים) קבעו באיזה רביע נמצאות כל אחת מהן. אם הנקודה נמצאת על אחד הצירים, ציינו על איזה ציר.

א. $A(2,-30)$	ד. $D(150,-7)$	ז. $T(-17\frac{2}{3},-5)$	י. $Q(-1.4,-\frac{1}{15})$
ב. $B(50,0)$	ה. $K(-257,0)$	ח. $P(0,0)$	יא. $G(17,0.01)$
ג. $C(-1.5,9\frac{2}{3})$	ו. $F(0,-714)$	ט. $M(0,-0.1)$	יב. $N(-\frac{2}{7},-\frac{4}{15})$

5. לפניכם נקודות, שאחד משיעוריהן או שניהם אינם ידועים - אבל מצוין אם הם מספרים חיוביים או שליליים.

קבעו באיזה רביע נמצאת כל אחת מהנקודות הללו.

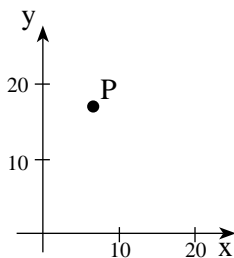
א. $A(5, \text{חיובי})$	ה. $E(7, \text{שלילי})$	ט. $T(\text{שלילי, חיובי})$
ב. $B(-2, \text{שלילי})$	ו. $F(-5, \text{שלילי})$	י. $G(\text{חיובי, שלילי})$
ג. $C(-7, \text{חיובי})$	ז. $K(1.5, \text{חיובי})$	יא. $M(\text{חיובי, חיובי})$
ד. $D(10, \text{שלילי})$	ח. $N(-2.5, \text{חיובי})$	יב. $L(\text{שלילי, שלילי})$

הסבר

לכל ציר קובעים בנפרד יחידת אורך, כלומר: ייתכן שלשני הצירים תהיה אותה יחידת אורך, וגם ייתכן שיחידות האורך של הצירים תהיינה שונות. למשל:

א.	ב.	ג.
		
<p>בדוגמה זו כל משבצת בשני הצירים היא יחידת אורך אחת.</p>	<p>בדוגמה זו כל משבצת על ציר ה-x היא 2 יחידות אורך, וכל משבצת על ציר ה-y היא 5 יחידות אורך.</p>	<p>בדוגמה זו כל 2 משבצות על ציר ה-x מהוות 1 יחידת אורך, וכל משבצת על ציר ה-y היא 3 יחידות אורך.</p>

6. איזה זוג סדר של מספרים מבין הזוגות הבאים מתאים להיות שיעורי הנקודה P?

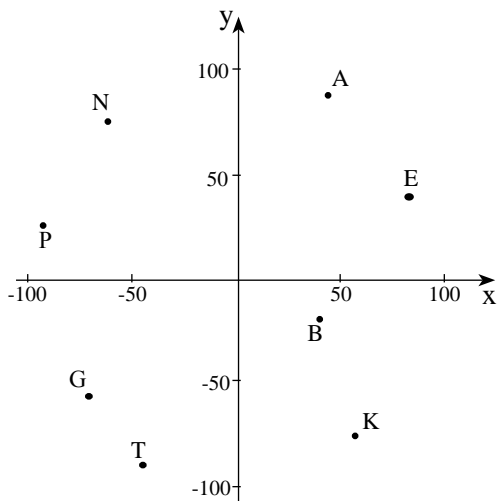


- א. (7,17)
- ב. (17,7)
- ג. (11,17)
- ד. (7,11)

7. במערכת הצירים שלפניכם מסומנות כמה נקודות,

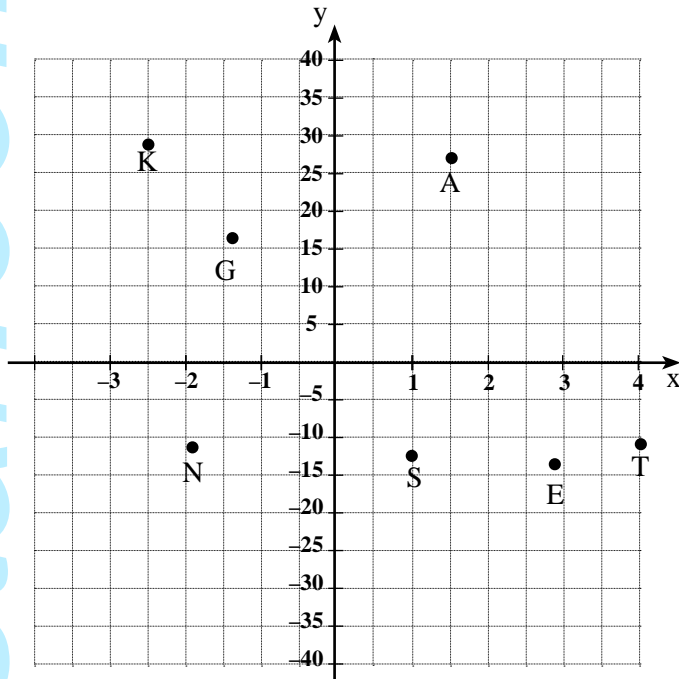
ומימין למערכת רשומים זוגות סדרים של מספרים.

התאימו בין הנקודות לזוגות הסדרים של המספרים.



- א. (85,40)
- ב. (40,-20)
- ג. (-62,75)
- ד. (-92,25)
- ה. (-70,-58)
- ו. (45,88)
- ז. (-40,-90)
- ח. (55,-77)

8. במערכת הצירים שלפניכם מסומנות כמה נקודות, ומימין למערכת רשומים זוגות סדורים של מספרים.



התאימו בין הנקודות לזוגות

הסדורים של המספרים.

(4, -11)

(1, -12.5)

(1.5, 27)

(-2.5, 28)

(-1.4, 15.2)

(2.9, -13.7)

(-1.8, -10.23)

שימו לב!

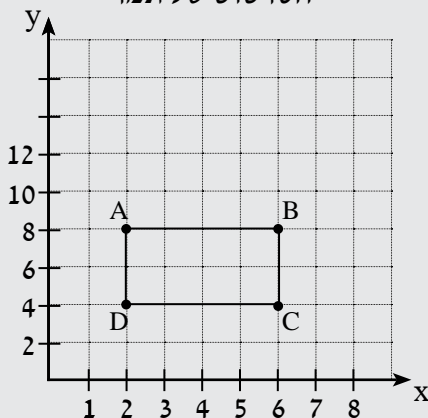
כאשר משתמשים במערכת צירים לצורך ייצוג של צורות גיאומטריות, חשוב להשתמש באותן יחידות אורך על שני הצירים (אחרת ייתכנו עיוותים בסרטוט של הצורות).

דוגמה

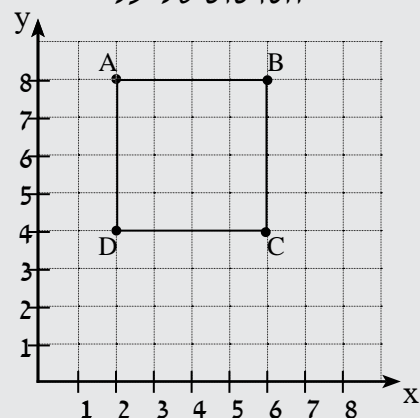
יעל ותמר התבקשו לסרטט במערכת צירים ריבוע שקדקודיו הם:

$A(2,8)$, $B(6,8)$, $C(6,4)$, $D(2,4)$. לפניכם הסרטוטים של שתי הבנות:

הסרטוט של תמר



הסרטוט של יעל



אנו רואים שבסרטוט של יעל יש אותן יחידות אורך בשני הצירים, ולכן המרובע ABCD נראה ריבוע. לעומת זאת בסרטוט של תמר אין אותן יחידות אורך בשני הצירים, ולכן המרובע ABCD נראה מלבן ולא ריבוע.

9. א. סרטטו במערכת צירים משולש שקדקודיו הם: $T(-3, -2)$, $P(3, 8)$, $K(5, -2)$
ב. הורידו גובה מקדקוד P לצלע TK, וסמנו את נקודת החיתוך ב-E. מהם שיעורי הנקודה E?
ג. מהו אורך הגובה PE?
ד. מהו אורך הצלע TK?
ה. מהו שטח המשולש TPK?

10. נתון משולש ABC ששיעורי קדקודיו הם: $A(1, 2)$, $B(4, 10)$, $C(7, 2)$
א. סרטטו במערכת צירים את המשולש. איזה סוג של משולש התקבל?
(במידת הצורך היעזרו בסרגל.)
ב. חשבו את שטח המשולש.

11. נתון מרובע ABCD. שיעורי קדקודיו הם: $A(-6, -3)$, $B(3, -3)$, $C(3, 4)$, $D(-6, 4)$
א. סרטטו את המרובע במערכת צירים.
איזה סוג של מרובע התקבל?
ב. מהו שטח המרובע?
ג. מהו היקף המרובע?

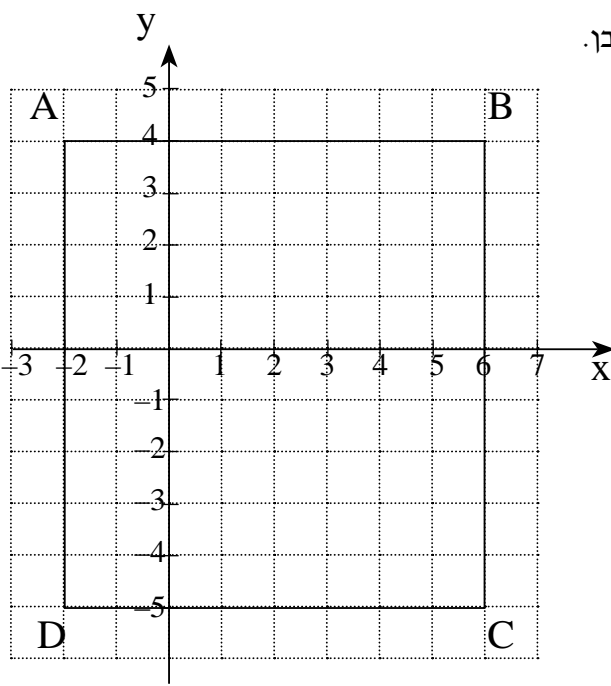
12. נתון מלבן ABCD. שיעורי שני קדקודי המלבן הם: $A(-5, -3)$ ו- $B(-5, 7)$.
ידוע כי אורך הצלע BC הוא 6 יח'.
א. סרטטו במערכת צירים את המלבן.
כמה מלבנים שונים, העונים על הדרישות הללו, ניתן לסרטט?
ב. מהו ההיקף של המלבן ABCD?
ג. מהו השטח של המלבן ABCD?

13. אחד מקדקודיו של מלבן נמצא בנקודה $(-4, 3)$. אורכי הצלעות הסמוכות של המלבן הם 4 יח' ו-6 יח'.
מצאו את שיעורי שאר הקדקודים של המלבן.
כמה מלבנים שונים, העונים על הדרישות הללו, ניתן לסרטט?

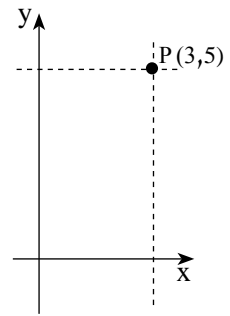
14. נתון מרובע ABCD. שיעורי חלק מקדקודיו הם: $A(-12, 2)$, $B(0, 6)$, $C(10, 6)$.
א. סמנו את הנקודות במערכת צירים. קבעו את שיעור הקדקוד D, אם ידוע כי ABCD הוא מקבילית. כמה אפשרויות קיימות?
(שימו לב! חשוב להקפיד על סדר האותיות $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D$.)
ב. מהו שטח המקבילית שסרטטתם בסעיף הקודם?
ג. מהם שיעורי הנקודה D, אם המרובע ABCD הוא טרפז $(BC \parallel AD)$? כמה אפשרויות קיימות?

15. נתון מרובע ABCD. שיעורי חלק מקדקודיו הם: $A(2, -4)$, $B(4, 3)$, $C(8, 3)$.
- מהם שיעורי הקדקוד D, אם ידוע כי ABCD הוא טרפז ($BC \parallel AD$), והבסיס AD גדול פי 2 מהבסיס BC? (הערה: יש להקפיד על סדר האותיות).
 - הורידו גובה מקדקוד B לצלע AD, ואת נקודת החיתוך סמנו באות N. מהם שיעורי הנקודה N?
 - מהו שטח הטרפז?

16. נתון מצולע בעל שש צלעות (משושה) ABCDEK. שיעורי קדקודיו הם:
- $A(-10, 2)$, $B(-6, 8)$, $C(4, 11)$, $D(7, 8)$, $E(9, 2)$, $K(4, -3)$.
- סרטטו את המצולע במערכת צירים.
 - חשבו את שטח המצולע.
- (הדרכה: במידת הצורך חלקו את המצולע למספר מצולעים מוכרים.)

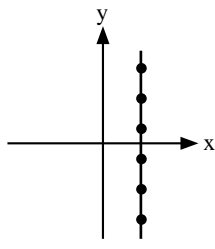


17. בסרטוט שלפניכם מלבן ABCD.
- רשמו את שיעורי הקדקודים של המלבן.
 - על הצלע BC סמנו 3 נקודות כלשהן, מהם שיעורי הנקודות הללו?
 - מהו שיעור ה-x של כל הנקודות, המונחות על הצלע BC?
 - מה המשותף לכל הנקודות, המונחות על הצלע AD?
 - על הצלע AB סמנו 3 נקודות כלשהן, מהם שיעורי הנקודות הללו?
 - מהו שיעור ה-y של כל הנקודות, המונחות על הצלע AB?
 - מה המשותף לכל הנקודות, המונחות על הצלע DC?

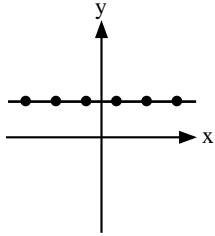


- III הנקודה $P(3, 5)$ נתונה במערכת צירים.
- דרך נקודה זו העבירו שני ישרים (הקווים המקווקווים):
- האחד מקביל לציר ה-x, והאחר מקביל לציר ה-y.
- מה המשותף לכל הנקודות, המונחות על הישר המקביל לציר ה-y?
 - מה המשותף לכל הנקודות, המונחות על הישר המקביל לציר ה-x?

III. סיכום התרגיל



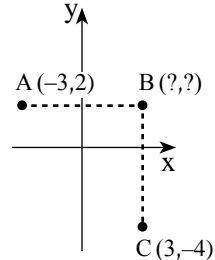
לנקודות, המונחות על הישר המקביל לציר ה-y, יש אותו שיעור x.



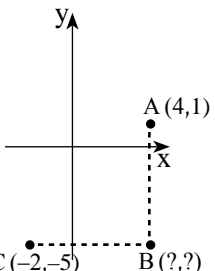
לנקודות, המונחות על הישר המקביל לציר ה-x, יש אותו שיעור y.

18. בכל אחד מהסעיפים מצאו את שיעורי הנקודה B.

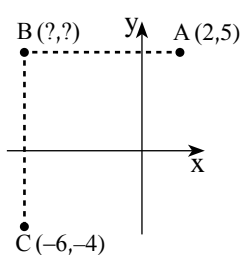
א.



ב.

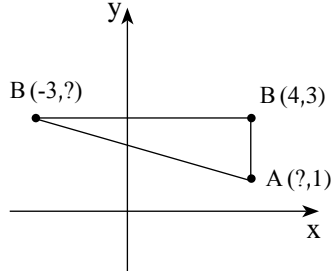


ג.

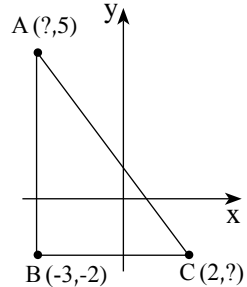


19. נתונים משולשים ישרי-זווית, שניצביהם מקבילים לצירים. השלימו את שיעורי קדודיהם.

א.

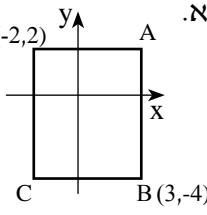


ב.

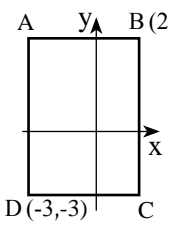


20. מצאו את שיעורי הנקודות A ו-C במלבנים הבאים.

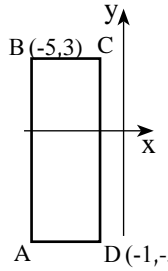
א.



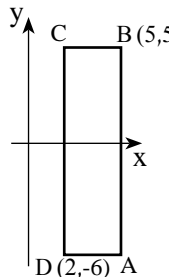
ב.



ג.



ד.



21.



סרטטו מערכת צירים שבה כל משבצת היא 1 יח'.

במערכת צירים זו סמנו את הנקודות הבאות: $A(4, 7)$, $B(4, 2)$, $D(2, 7)$.

א. מהו השיעור הזהה ומהו השיעור השונה שיש לנקודות A ו-B?

ב. חשבו את אורך הקטע AB (העתיקו למחברתכם והשלימו):

$$\square - \square = \square$$

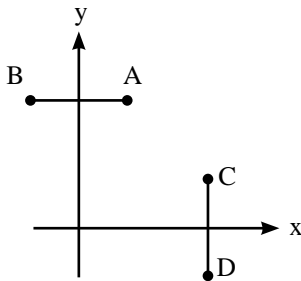
בדקו את תשובתכם על-ידי ספירת המשבצות.

ג. מהו השיעור הזהה ומהו השיעור השונה שיש לנקודות A ו-D?

ד. חשבו את אורך הקטע AD (העתיקו למחברתכם והשלימו):

$$\square - \square = \square$$

בדקו את תשובתכם על-ידי ספירת המשבצות.

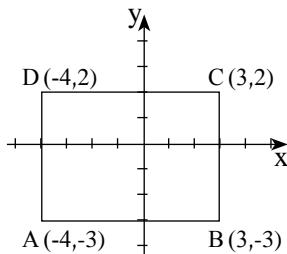


✓ אורך הקטע AB, המקביל לציר ה-x, הוא $x_A - x_B$.

(A - נקודה ימנית, B - נקודה שמאלית).

✓ אורך הקטע CD, המקביל לציר ה-y, הוא $y_C - y_D$.

(C - נקודה עליונה, D - נקודה תחתונה).



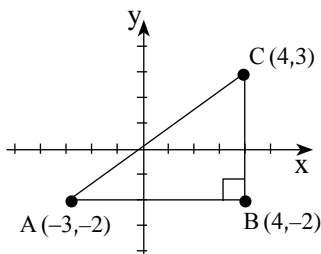
קדקודיו של המלבן ABCD הם:

$A(-4,-3)$, $B(3,-3)$, $C(3,2)$, $D(-4,2)$.

א. מצאו את אורך הצלע AB.

ב. מצאו את אורך הצלע BC.

ג. חשבו את שטח המלבן ABCD.



22. קדקודיו של משולש ישר-זווית ΔABC הם:

$A(-3,-2)$, $B(4,-2)$, $C(4,3)$.

א. מצאו את אורך הניצב AB.

ב. מצאו את אורך הניצב BC.

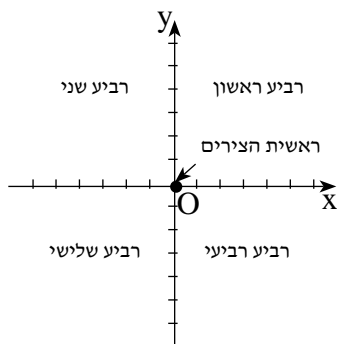
ג. חשבו את שטח המשולש ΔABC .

23. צלעות המלבן ABCD מקבילות לצירים.

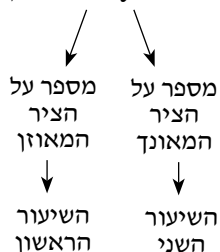
נתונים הקדקודים: $A(3,2)$, $C(7,5)$.

א. רשמו את שיעורי הקדקודים B ו-D. ב. חשבו את שטח המלבן.

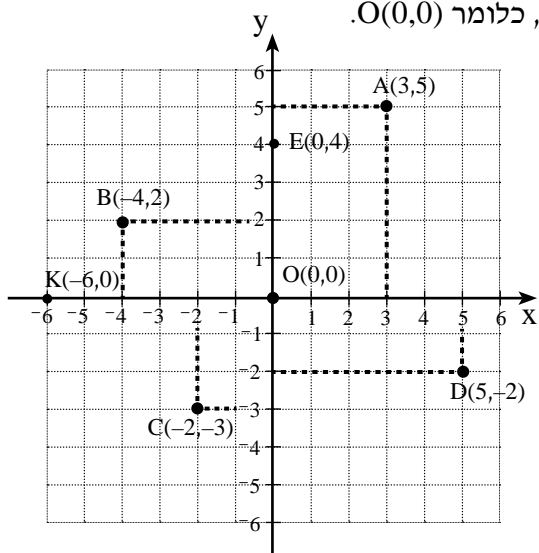
סיכום הפרק
(מערכת צירים קרטזית)



- מערכת צירים קרטזית היא מערכת צירים, שבה שני הצירים מאונכים זה לזה:
ציר ה-x - ציר מאוזן.
ציר ה-y - ציר מאונך.
- שני הצירים נחתכים בנקודה שנקראת **ראשית הצירים**, ומקובל לסמנה באות O (גדולה).
- בציר המאוזן - (ציר ה-x):
מספרים חיוביים נמצאים מימין לראשית הצירים;
מספרים שליליים נמצאים משמאל לראשית הצירים.
- בציר המאונך - (ציר ה-y):
מספרים חיוביים נמצאים מעל לראשית הצירים;
מספרים שליליים נמצאים מתחת לראשית הצירים.
- לכל נקודה במערכת הצירים יש "כתובת" משלה, הקובעת את מקומה במישור.
"כתובת" הנקודה מורכבת מזוג מספרים (x, y) שנקראים **שיעורי הנקודה**.



- שיעור ה-x של הנקודות המונחות על ציר ה-y שווה ל-0.
- שיעור ה-y של הנקודות המונחות על ציר ה-x שווה ל-0.
- שיעורי ה-x וה-y של ראשית הצירים שווים ל-0, כלומר $O(0,0)$.



דוגמה

במערכת הצירים הקרטזית מסומנות הנקודות הבאות:

- A(3,5)
- B(-4,2)
- C(-2,-3)
- D(5,-2)
- E(0,4)
- K(-6,0)
- O(0,0) ראשית הצירים